PROVA "AMARELA" = Nº 01

PROVA "VERDE" = Nº 09

Seja x um número real tal que $x + \dfrac{3}{x} = 9$. Um possível valor de $x - \dfrac{3}{x}$ é $\sqrt{a}$. Sendo assim, a soma dos algarismos "a" será:

a) 11 b) 12 c) 13 d) 14 e) 15

RESOLUÇÃO

$$\frac{x}{\cancel{1}_x} + \frac{3}{\cancel{x}_1} = \frac{9}{\cancel{1}_x} \ \underrightarrow{\text{MMC}} \ x^2 + 3 = 9x \rightarrow x^2 - 9x + 3 = 0$$

Báskara: $\dfrac{9 \pm \sqrt{(-9)^2 - 4.1.3}}{2.1} = \dfrac{9 \pm \sqrt{81-12}}{2} = \dfrac{9 \pm \sqrt{69}}{2}$

Substituindo: $\dfrac{9 \pm \sqrt{69}}{2} - \dfrac{3}{\dfrac{9 \pm \sqrt{69}}{2}} = \dfrac{9 \pm \sqrt{69}}{2} - \dfrac{6}{9 \pm \sqrt{69}} =$

$$= \frac{9 \pm \sqrt{69}}{2} - \frac{6\left(9 \pm \sqrt{69}\right)}{\left(9 \pm \sqrt{69}\right)\left(9 \mp \sqrt{69}\right)} =$$

$$= \frac{9 \pm \sqrt{69}}{2} - \frac{6\left(9 \mp \sqrt{69}\right)}{81 - 69}$$

$$= \frac{9 \pm \sqrt{69}}{2} - \frac{\cancel{6}\left(9 \mp \sqrt{69}\right)}{\cancel{12}\ 2}$$

$$\frac{\cancel{9} + \sqrt{69}}{2} - \left(\frac{\cancel{9} - \sqrt{69}}{2}\right) = \sqrt{69}$$

$$\frac{\cancel{9} - \sqrt{69}}{2} - \left(\frac{\cancel{9} + \sqrt{69}}{2}\right) = -\sqrt{69}$$

Logo $\sqrt{a} = \sqrt{69} \rightarrow 6 + 9 = 15$

GABARITO: LETRA E

PROVA "AMARELA" = Nº 02

PROVA "VERDE" = Nº 11

Considere que as pessoas A e B receberão transfusão de sangue. Os aparelhos utilizados por A e B liberam, em 1 minuto, 19 e 21 gotas de sangue, respectivamente, e uma gota de sangue de ambos os aparelhos tem 0,04 mℓ. Os aparelhos são ligados simultaneamente e funcionam ininterruptamente até completarem um litro de sangue. O tempo que o aparelho de A levará a mais que o aparelho de B será, em minutos, de aproximadamente:

a) 155 b) 165 c) 175 d) 185 e) 195

RESOLUÇÃO

A) $19 \times 0{,}04 = 0{,}76\ m\ell\ /\ min. \rightarrow T = \dfrac{1000}{0{,}76}$ min.

B) $21 \times 0{,}04 = 0{,}84\ m\ell\ /\ min. \rightarrow T = \dfrac{1000}{0{,}84}$ min.

Logo $T - T' = \dfrac{1000}{0{,}76} - \dfrac{1000}{0{,}84} = \dfrac{1000(0{,}84 - 0{,}76)}{0{,}76 \cdot 0{,}84}$

$\cong 125{,}31$ min.

GABARITO: QUESTÃO PARA SER ANULADA, POIS NÃO HÁ NENHUMA OPÇÃO COM ESSA RESPOSTA.

PROVA “AMARELA” = Nº 03

PROVA “VERDE” = Nº 06

A solução real da equação $\sqrt{x+4} + \sqrt{x-1} = 5$ é:

a) múltiplo de 3.

b) par e maior do que 17.

c) ímpar e não primo.

d) um divisor de 130.

e) uma potência de 2.

RESOLUÇÃO

$$\left(\sqrt{x+4} + \sqrt{x-1}\right)^2 = (5)^2 \to x + 4 + x - 1 + 2\sqrt{(x+4)(x-1)} = 25$$

$$\to 2x + 3 + 2\sqrt{x^2 + 3x - 4} = 25 \to 2\sqrt{x^2 + 3x - 4} = 22 - 2x$$

$$\underset{\to}{\div 2}\left(\sqrt{x^2 + 3x - 4}\right)^2 = (11 - x)^2 \to \cancel{x^2} + 3x - 4 = 121 - 22x + \cancel{x^2}$$

$$\to 3x + 22x = 121 + 4 \to 25x = 125 \to x = 5$$

Conferindo: $\sqrt{5+4} + \sqrt{5-1} = \sqrt{9} + \sqrt{4} = 3 + 2 = 5$

Logo a solução é válida, sendo um divisor de 130.

GABARITO: LETRA D

PROVA “AMARELA” = Nº 04

PROVA “VERDE” = Nº 19

Observe as figuras a seguir.

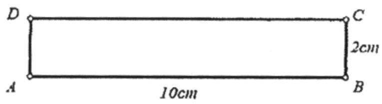


Figura I

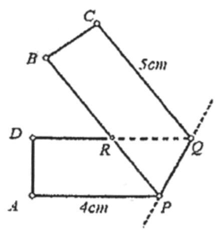


Figura II

Uma dobra é feita no retangulo 10 cm x 2 cm da figura I, gerando a figura plana II. Essa dobra está indicada pela reta suporte de PQ. A área do polígono APQCBRD da figura II, em cm² é:

a) $8\sqrt{5}$
b) 20
c) $10\sqrt{2}$
d) $\dfrac{35}{2}$
e) $\dfrac{13\sqrt{6}}{2}$

RESOLUÇÃO

1ª) $a^2 = 2^2 + 1^2 = 5 \to a = \sqrt{5}$

Logo : $y^2 + 2^2 = \left(\sqrt{5}\right)^2 \to y^2 = 5 - 4 = 1 \to y = 1$

2ª) $\cos(90° - \alpha) = \text{sen}\,\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$

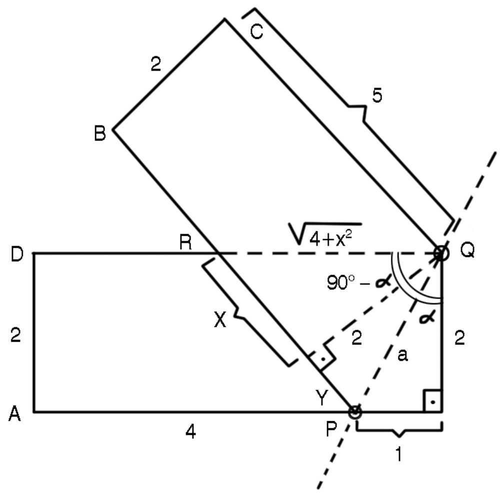
3ª) Lei dos cossenos no ΔPQR:

$$(x+1)^2 = \left(\sqrt{4+x^2}\right)^2 + \sqrt{5}^2 - 2\sqrt{4+x^2}\cdot\cancel{\sqrt{5}}\cdot\frac{\cancel{\sqrt{5}}}{\cancel{5}}$$

$$\cancel{x^2} + 2x + 1 = 4 + \cancel{x^2} + 5 - 2\sqrt{4+x^2} \to 2\sqrt{4+x^2} = 8 - 2x$$

$$\to \left(\sqrt{4+x^2}\right)^2 = 4 - x)^2 \to 4 + \cancel{x^2} =$$

$$= 16 - 8x + \cancel{x^2} \to 8x = 12 \to \underline{x = 1{,}5}$$



4ª) $S_{APQCBRD} = S_{retângulo} - S_{APQR} = 10 \times 2 - \dfrac{(1{,}5 + 1) \times \cancel{2}}{\cancel{2}} = 20 - 2{,}5 = 17{,}5 = \dfrac{175}{10} \div 5 = \dfrac{35}{2}$

GABARITO: LETRA D

PROVA “AMARELA” = Nº 05

PROVA “VERDE” = Nº 18

Seja ABC um triângulo retangulo de hipotenusa 26 e perímetro 60. A razão entre a área do círculo inscrito e do círculo circunscrito nesse triângulo é, aproximadamente:

a) 0,035 b) 0,055 c) 0,075 d) 0,095 e) 0,105

RESOLUÇÃO

- $S_A = p \,.\, r = \dfrac{a.b.c}{4R}$, sendo $\begin{cases} r \text{ - raio do círculo inscrito} \\ R \text{ - raio do círculo circunscrito} \end{cases}$

- A razão pedida é $\dfrac{\pi R^2}{\pi R^2} = \dfrac{R^2}{R^2} = \dfrac{\left(S_{\Delta/p}\right)^2}{\left(\dfrac{a.b.c}{4\,S_\Delta}\right)^2}$ (I)

- Lados do triângulo retângulo: 26, x, 34 – x

$\rightarrow 26^2 = x^2 + (34 - x)^2 \rightarrow 676 = x^2 + 1156 - 68x + x^2 \rightarrow 2x^2 - 68x + 48c = 0$

$\rightarrow x^2 - 34x + 240 = 0 \begin{cases} 24 \\ 10 \end{cases} \rightarrow$ lados 26, 24, 10, logo $S_\Delta = \dfrac{24\,.\,10}{2} = 120$

- Substituindo em (I) $= \dfrac{\left(\dfrac{120}{30}\right)^2}{\left(\dfrac{26\,.\,24\,.\,10}{4\,.\,120}\right)^2} = \dfrac{4^2}{\left(\dfrac{26\,.\,1\,.\,\cancel{10}}{\cancel{4}\,.\,\cancel{5}}\right)^2} = \dfrac{4^2}{13^2} = \dfrac{16}{169} \cong \boxed{0{,}0946}$

  2

GABARITO: LETRA D

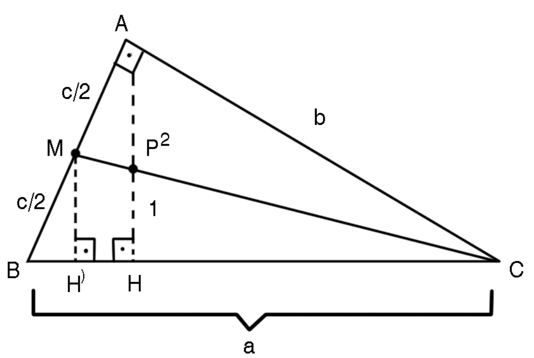
PROVA “AMARELA” = Nº 06

PROVA “VERDE” = Nº 12

Considere que ABC é um triângulo retângulo em A, de lados AC = b e BC = a, Seja H o pé da perpendicular traçada de A sobre BC, e M o ponto médio de AB, se os segmentos AH e CM cortam-se em P, a razão $\dfrac{AP}{PH}$ será igual a:

a) $\dfrac{a^2}{b^2}$ b) $\dfrac{a^3}{b^2}$ c) $\dfrac{a^2}{b^3}$ d) $\dfrac{a^3}{b^3}$ e) $\dfrac{a}{b}$

RESOLUÇÃO



$\rightarrow \begin{cases} \overline{AH}\,.\,a = b.c \\ \overline{AH} = \dfrac{b.c}{a} \end{cases}$

- Como M é médio de $\overline{AB}$, se traçarmos $\overline{MH'} \perp \overline{BC}$, H’ será médio de $\overline{BH}$. Mas como sabemos que $c^2 = \overline{BH}\,.\,a$

$\rightarrow \overline{BH} = c^2/a$. Assim $\overline{H'H}$ mede $\dfrac{c^2}{2a}$. Além disso, $\overline{MH'} = \dfrac{1}{2}\,\overline{AH} = \dfrac{1}{2}\,.\,\dfrac{bc}{a} = \dfrac{bc}{2a}$

- $b2 = \overline{CH}\,.\,a \rightarrow \overline{CH} = b^2/a$
- $\Delta MH'C \cong \Delta PHC$

$$\frac{\overline{MH'}}{\overline{H'C}}=\frac{\overline{PH}}{\overline{HC}}\rightarrow\frac{\frac{bc}{2a}}{\frac{c^2}{2a}+\frac{b^2}{a/2}}=\frac{\frac{\overline{PH}}{b^2}}{a}\rightarrow\frac{bc}{\cancel{2a}}\cdot\frac{\cancel{2}a}{c^2+2b^2}=\frac{\overline{PH}}{\frac{b^2}{a}}\rightarrow\overline{PH}=\frac{bc}{c^2+2b^2}\cdot\frac{b^2}{a}$$

- Logo $\overline{AP}=\overline{AH}-\overline{PH}=\frac{bc}{a}-\frac{bc}{a}\cdot\frac{b^2}{c^2+2b^2}=\frac{bc}{a}\left(1-\frac{b^2}{c^2+2b^2}\right)=\frac{bc}{a}\left(\frac{c^2+2b^2-b^2}{c^2+2b^2}\right)$

$$=\frac{bc}{a}\cdot\left(\frac{c^2+b^2}{c^2+2b^2}\right)=\frac{bc}{a}\cdot\frac{a^2}{(c^2+2b^2)}$$

- Finalmente $\frac{AP}{PH}=\frac{\frac{\cancel{bc}}{\cancel{a}}\cdot\frac{a^2}{\cancel{(c^2+2b^2)}}}{\frac{\cancel{bc}}{\cancel{(c^2+2b^2)}}\cdot\frac{b^2}{\cancel{a}}}=\boxed{\frac{a^2}{b^2}}$

GABARITO: LETRA A

PROVA "AMARELA" = Nº 07

PROVA "VERDE" = Nº 15

Se a fração irredutível $\frac{p}{q}$ é equivalente ao inverso do número $\frac{525}{900}$, então o resto da divisão do período da dízima $\frac{q}{p+1}$ por 5 é:

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

RESOLUÇÃO

- $\frac{p}{q}=\frac{900}{525}=\frac{180}{105}=\frac{36}{21}=\frac{12}{7}\Rightarrow p=12 \text{ e } q=7$

- Então $\frac{q}{p+1}=\frac{7}{12+1}=\frac{7}{13}\Rightarrow$ 70|13

50 0,538461

110

60

80

20

7

- Assim 538461 ÷ 5 → R = 1

(FINAL 1)

GABARITO: LETRA B

PROVA "AMARELA" = Nº 08

PROVA "VERDE" = Nº 04

Um número natural N, quando dividido por 3, 5, 7 ou 11, deixa resto igual a 1. Calcule o resto da divisão de N por 1155, e assinale a opção correta.

a) 17 b) 11 c) 7 d) 5 e) 1

RESOLUÇÃO

- N – 1 é divisível por 3, 5, 7 e 11
- MMC (3, 5, 7, 11) = 1155
- N – 1 = 1155 . k, k ∈ IN → N = 1155k + 1, que deixa resto 1 ao ser dividdo por 1155.

GABARITO: LETRA E

PROVA "AMARELA" = Nº 09

PROVA "VERDE" = Nº 03

Considere o operador matemático '$\ast$' que transforma o número real X em X + 1 e o operador '$\otimes$' que transforma o número real Y em $\dfrac{1}{Y+1}$.

se $\otimes\{\ast\ [\ast(\otimes\{\otimes[\ast(\otimes\{\ast 1\})]\})]\} = \dfrac{a}{b}$, onde a e b são primos entre si, a opção correta é:

a) $\dfrac{a}{b} = 0{,}27272727...$

b) $\dfrac{b}{a} = 0{,}2702702...$

c) $\dfrac{2a}{b} = 0{,}540540540...$

d) $2b + a = 94$

e) $b - 3a = 6$

RESOLUÇÃO

8° 7° 6° 5° 4° 3° 2° 1°

$\otimes\{\ast\ [\ast(\otimes\{\otimes[\ast(\otimes\{\ast 1\})]\})]\} = \dfrac{a}{b}$

$\underrightarrow{1°}\ \boxed{2}\ \underrightarrow{2°}\ \dfrac{1}{2+1} = \boxed{\dfrac{1}{3}}\ \underrightarrow{3°}\ \dfrac{1}{3} + 1 = \boxed{\dfrac{4}{3}}\ \underrightarrow{4°}\ \dfrac{1}{\dfrac{4}{3}+1} = \dfrac{1}{\dfrac{7}{3}} = \boxed{\dfrac{3}{7}}$

$\underrightarrow{5°}\ \dfrac{1}{\dfrac{3}{7}+1} = \dfrac{1}{\dfrac{10}{7}} = \boxed{\dfrac{7}{10}}\ \underrightarrow{6°}\ \dfrac{7}{10} + 1 = \boxed{\dfrac{17}{10}}$

$7°\ \dfrac{17}{10} + 1 = \boxed{\dfrac{27}{10}}\ \underrightarrow{8°}\ \dfrac{1}{\dfrac{27}{10}+1} = \dfrac{1}{\dfrac{37}{10}} = \boxed{\dfrac{10}{37}} = \dfrac{a}{b}$

- $\dfrac{a}{b} = 0{,}270270...$, logo $\dfrac{2a}{b} = 0{,}540540...$

GABARITO: LETRA C

PROVA "AMARELA" = Nº 10

PROVA "VERDE" = Nº 11

Analise as afirmativas abaixo.

I) se $2^x = A$, $Ay = B$, $B^z = C$ e $C^k = 4096$, então $x\,.\,y\,.\,z\,.\,k = 12$

II) $t^m + (t^m)^p = (t^m)(1 + (t^m)^{P-1})$ para quaisquer reais t, m e p não nulos

III) $r^q + r^{qW} = (r^q)(1 + r^{q(w-1)})$, para quaisquer reais q, r e w não nulos

V) Se $(10^{100})^x$ é um número que tem 200 algarismos, então x é 2

Assinale a opção correta.

a) Apenas as afirmativas I e II são falsas.

b) Apenas as afirmativas III e IV são falsas.

c) Apenas as afirmativas I e III são falsas.

d) Apenas as afirmativas I, II e IV são falsas.

e) Apenas as afirmativas I, III e IV são falsas.

RESOLUÇÃO

I) $2^{xy} = B \rightarrow B^z = 2^{xyz} \rightarrow c^k = 2^{xyzk} = 2^{12} \rightarrow xyzk = 12$ (V)

II) $f^m\,.\,(1 + (f^m)^{p-1}) = f^m\,.\,1 + f^m\,.\,(f^m)^{p-1} = f^m + (f^m)^{1+p-1} = f^m + (f^m)^p$ (V)

III) $(r^q)(1 + r^{q(w+1)}) = r^q\,.\,1 + r^q\,.\,rq^{(w-1)} = r^q + rq^{(1+q^{(w-2)})} \neq rq + rq^w$ (F)

IV) $(10^{100})^x$, para $x = 2$, $(10^{100})^2 = 10^{200} = \underbrace{100...0}_{200} \rightarrow 201$ algarismos (F)

GABARITO: LETRA B

PROVA “AMARELA” = Nº 11

PROVA “VERDE” = Nº 14

Considere a equação do 2º grau $2014x^2 - 2015x - 4029 = 0$. Sabendo-se que a raiz não inteira é dada por $\frac{a}{b}$, onde “a” e “b” são primos entre si, a soma dos algarismos de “a+b” é:

a 7 b) 9 c) 11 d) 13 e) 15

RESOLUÇÃO

$$\frac{-(-2015) \pm \sqrt{(-2015)^2 - 4 \cdot 2014(-4029)}}{2 \cdot 2014} = \frac{2015 \pm \sqrt{2015^2 - 4(2015-1)(-2 \cdot 2015 + 1)}}{2 \cdot 2014}$$

$$= \frac{2015 \pm \sqrt{2015^2 - 4(-2 \cdot 2015^2 + 2015 + 2 \cdot 2015 - 1)}}{2 \cdot 2014} = \frac{2015 \pm \sqrt{9 \cdot 2015^2 - 12 \cdot 2015 + 4}}{2 \cdot 2014}$$

$$= \frac{2015 \pm \sqrt{(3 \,.\, 2015 - 2)^2}}{2 \cdot 2014} = \frac{2015 \pm (3 \cdot 2015 - 2)}{2 \cdot 2014}$$

$$\frac{4 \cdot 2015 - 2}{2 \cdot 2014} = \frac{2 \cdot 2015 - 1}{2014} = \frac{4029}{2014}$$

$$\frac{-2 \cdot 2015 + 2}{2 \cdot 2014} = \frac{-2015 + 1}{2014} = -1$$

A raiz não inteira é $\frac{a}{b} = \frac{4029}{2014} \to \frac{4029}{2 \times 53 \times 19} = \frac{4029}{2014}$ nenhum fator (irredutível) comum

$a + b = 4029 + 2014 = 6043$

Logo: $6 + 0 + 4 + 3 = \underline{13}$

GABARITO: LETRA D

PROVA “AMARELA” = Nº 12

PROVA “VERDE” = Nº 16

Sobre os números inteiros positivos e não nulos x, y e z, sabe-se:

I) $x \neq y \neq z$

II) $\frac{y}{x - z} = \frac{x + y}{z} = 2$

III) $\sqrt{z} = \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{-1}{2}}$

Com essas informações pode-se afirmar que o número $(x - y)\frac{6}{z}$ é:

a) ímpar e maior do que três.

b) inteiro e com dois divisores.

c) divisível por cinco.

d) múltiplo de três.

e) par e menor do que seis.

RESOLUÇÃO

1º) Resolvendo III, $\sqrt{z} = 9^{1/2} \to \sqrt{z} = \sqrt{9} \to z = 9$

2º) • $\frac{y}{x - 9} = \frac{x + y}{9} = 2$

• $y = 2x - 18$ e $x + y = 18$

substituindo: $x + 2x - 18 = 18 \to 3x = 36 \to \underline{x = 12}$ e $y = 18 - 12 \to \underline{y = 6}$

3º) $(12 - 6) \cdot \frac{6}{9} = 6 \cdot 6/9 = 36/9 = \boxed{4}$

GABARITO: LETRA E

PROVA "AMARELA" = Nº 13

PROVA "VERDE" = Nº 20

Suponha que ABC seja um triângulo isósceles com lados AC = BC, e que "L" seja a circunferência de centro "C", raio igual a "3" e tangente ao lado AB. Com relação à área da superfície comum ao triângulo ABC e ao círculo de "L", pode-se afirmar que:

a) não possui um valor máximo.

b) pode ser igual a 5π.

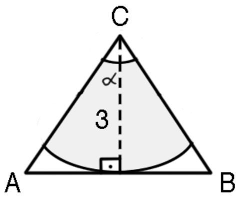
c) não pode ser igual a 4π.

d) possui um valor mínimo igual a 2π.

e)possui um valor máximo igual a $4{,}5\pi$.

RESOLUÇÃO

1º) $C^\circ < \alpha < 180^\circ \rightarrow$ Logo S'_{setor} varia entre $\pi \cdot 3^2 \cdot \frac{0^\circ}{360^\circ} = 0$ e $\pi \cdot 3^2 \cdot \frac{\cancel{180^\circ}^{\,1}}{\cancel{360^\circ}_{\,2}} = 4{,}5\pi$



2º) $0 < S_{setor} < 4{,}5\pi$

3º) Assim sendo, não possui um valor máximo.

GABARITO: LETRA A

PROVA "AMARELA" = Nº 14

PROVA "VERDE" = Nº 07

Considere que N seja um número natural formado apenas por 200 algarismos iguais a 2, 200 algarismos iguais a 1e 2015 algarismos iguais a zero. Sobre N, pode-se afirmar que:

a) se forem acrescentados mais 135 algarismos iguais a 1, e dependendo das posições dos algarismos, N poderá ser um quadrado perfeito.

b) independentemente das posições dos algarismos, N não é um quadrado perfeito.

c) se forem acrescentados mais 240 algarismos iguais a 1, e dependendo das posições dos algarismos, N poderá ser um quadrado perfeito.

d) se os algarismos da dezena e da unidade não forem iguais a 1, N será um quadrado perfeito.

e) se forem acrescentados mais 150 algarismos iguais a 1, e dependendo das posições dos algarismos, N poderá ser um quadrado perfeito.

RESOLUÇÃO

$\underbrace{11...1}_{200} \;/\; \underbrace{22...2}_{200} \;/\; \underbrace{00...0}_{2015}$

- Em qualquer posição, a soma dos algarism é 200 x 1 + 200 x 2 + 2015 x 0 = 600, que é múltiplo de 3. Caso este nº seja um quadrado perfeito, deve ser proveniente de um outro múltiplo de 3 e, então, o quadrado deve ser múltiplo de $3^2 = 9$. Mas como a soma dos algarismos é 600 e este nº não é divisível por 9, então o nº não pode ser um quadrado perfeito

GABARITO: LETRA B

PROVA "AMARELA" = Nº 15

PROVA "VERDE" = Nº 13

A equação $K^2x - Kx = K^2 - 2K - 8 + 12x$, na variável x, é impossível. Sabe-se que a equação na variável y dada por $3ay + \frac{a - 114y}{2} = \frac{17b + 2}{2}$ admite infinitas soluções. Calcule o valor de $\frac{ab + k}{4}$, e assinale a opção correta.

a) 0 b) 1 c) 3 d) 4 e) 5

RESOLUÇÃO

1º) $(K^2 - K - 12)x = K^2 - 2K - 8 \rightarrow (K + 3)(K - 4)x = (K - 4)(K + 2) =$ Impossível se $K = -3$

2º) $3ay + \frac{a}{2} - 57y = \frac{17b}{2} + 1 \rightarrow \underbrace{(3a - 57)}\,y = \left(\frac{17b - a + 2}{2}\right)$ Para ter infinitas soluções.

$$a = 19 \quad e \quad \frac{17b - 19 + 2}{2} = \frac{17b - 17}{2} = 0 \rightarrow b = 1$$

3º) $\frac{ab + K}{4} = \frac{19.1 + (-3)}{4} = \frac{16}{4} = 4$

GABARITO OFICIAL "B" PEDE-SE PARA ALTERAR PARA LETRA "D"

PROVA “AMARELA” = Nº 16

PROVA “VERDE” = Nº 05

A equação $x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$ possui três raízes reais. Sejam p e q números reais fixos, onde p é não nulo. Trocando x por py + q, a quantidade de soluções reais da nova equação é:

a) 1 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

RESOLUÇÃO

Por inspeção, 1 é raiz.

$$
\begin{array}{rl}
\cancel{x^3} - 2x^2 - x + 2 & \underline{|x - 1} \\
\underline{\cancel{-x^3} + x^2 \quad\quad} & x^2 - x - 2 \\
\cancel{-x^2} - x + 2 & \\
\underline{\cancel{x^2} - x \quad} & \\
-2x + 2 & \\
\underline{2x - 2} & \\
0 &
\end{array}
$$

$(x - 1)(\underbrace{x^2 - x - 2}) = 0$

$(x - 1)(x + 1)(x - 2) = 0 \rightarrow$ raízes 1, – 1 e 2

Logo:
$$
\begin{cases}
py + q = 1 \rightarrow py = 1 - q \rightarrow y = \dfrac{1-q}{p} \\
py + q = -1 \rightarrow py = -1 - q \rightarrow y = \dfrac{-1-q}{p} \\
py + q = 2 \rightarrow py = 2 - q \rightarrow y = \dfrac{2-q}{p}
\end{cases}
$$

São 3 soluções reais.

GABARITO: LETRA B

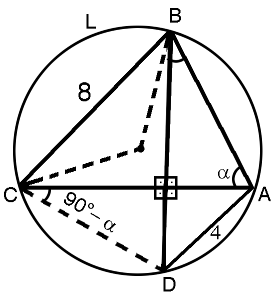
PROVA “AMARELA” = Nº 17

PROVA “VERDE” = Nº 08

Considere que ABC é um triângulo acutângulo inscrito em uma circunferência L. A altura traçada do vértice B intersecta L no ponto D. Sabendo-se que AD = 4 e BC – 8, calcule o raio de L e assinale a opção correta.

a) $2\sqrt{10}$ b) $4\sqrt{10}$ c) $2\sqrt{5}$ d) $4\sqrt{5}$ e) $3\sqrt{10}$

RESOLUÇÃO



Lei dos senos

$\dfrac{8}{\text{sen}\alpha} = 2R$ e $\dfrac{4}{\text{sen}(90° - \alpha)} = 2R$

$\Downarrow$

$\text{sen}\alpha = \dfrac{4}{R}$ $\quad$ $\text{sen}(90° - \alpha) = \cos\alpha = \dfrac{2}{R}$

Assim: $\dfrac{16}{R^2} + \dfrac{4}{R^2} = 1 \rightarrow \dfrac{20}{R^2} = 1 \rightarrow R^2 = 20 \rightarrow R = 2\sqrt{5}$

GABARITO: LETRA C

PROVA “AMARELA” = Nº 18

PROVA “VERDE” = Nº 01

Sabendo que $2014^4 = 16452725990416$ e que $2014^2 = 4056196$, calcule o resto da divisão de 16452730046613 por 4058211, e assinale a opção correta,

a) 0 b) 2 c) 4 d) 5 e) 6

RESOLUÇÃO

$(2014^4 + 2014^2 + 1) \div (2014^2 + 2014 + 1) \rightarrow$ Chamando 2014 de x

$$
\begin{array}{rl}
\cancel{x^4} + x^2 + 1 & \underline{|x^2 + x + 1} \\
\underline{\cancel{-x^4} - x^3 - x^2} & x^2 - x - 1 \\
\cancel{-x^3} + 1 & \\
\underline{\cancel{+x^3} + x^2 + x} & \\
x^2 + x - 1 & \\
0 &
\end{array}
$$

GABARITO: LETRA A

PROVA “AMARELA” = Nº 19

PROVA “VERDE” = Nº 02

Sobre o lado BC do quadrado ABCD, marcam-se os pontos “E” e “F” tais que $\frac{BE}{BC} = \frac{1}{3}$ e $\frac{CF}{BC} = \frac{1}{4}$ Sabendo-se que e os segmentos AF e ED intersectam-se em “P”, qual é, aproximadamente, o percentual da área do triângulo BPE em relação a área do quadrado ABCD?

a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

RESOLUÇÃO

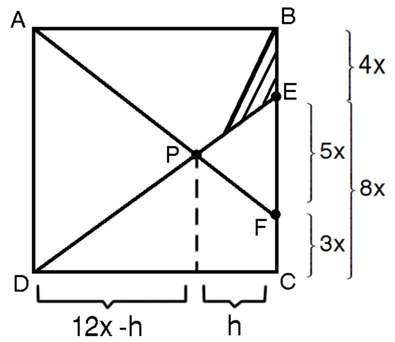
Sendo l = 12x

$\Delta APD \cong \Delta EFP$

$$\frac{12x}{12x-h} = \frac{5x}{h} \to 12h = 60x - 5h \to 17h = 60x \to h = \frac{60x}{17}$$

$$S_{\Delta PEF} = \frac{4x\cdot\frac{\cancelto{30}{60}x}{17}}{\cancel{2}} = \frac{120x^2}{17}$$

$$\frac{S_{\Delta PEF}}{S_{\square ABCD}} = \frac{\frac{120\cancel{x^2}}{17}}{12\cancel{x}\cdot 12\cancel{x}} = \frac{\frac{120}{17}}{144} = \frac{\frac{5}{17}}{6} = \frac{5}{102} \cong 0{,}049 \cong 5\%$$

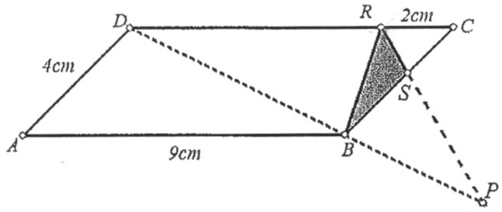


GABARITO: LETRA D

PROVA “AMARELA” = Nº 20

PROVA “VERDE” = Nº 10

Observe a figura a seguir.



Na figura, o paralelogramo ABCD tem lados 9cm e 4cm. Sobre o lado CD está marcado o ponto R, de modo que CR = 2 cm; sobre o lado BC está marcado o ponto S tal que a área do triângulo BRS seja $\frac{1}{36}$ da área do paralelogramo; e o ponto P é a interseção do prolongamento do segmento RS com o prolongamento da diagonal DB. Nessas condições, é possível concluir que a razão entre as medidas dos segmentos de reta $\frac{DP}{BP}$ vale:

a) 13,5 b) 11 c) 10,5 d) 9 e) 7,5

RESOLUÇÃO

1º) $S_{\Delta CRB} = \frac{2}{9}S_{\Delta BDC} = \frac{2}{9}\cdot\frac{1}{2}S' = \frac{S'}{9}$

2º) Logo $S_{\Delta CRS} = \frac{S'}{9/_{4}} - \frac{S'}{36} = \frac{3S'}{36} = \frac{S'}{12}$ (triplo $S_{\Delta BRS}$)

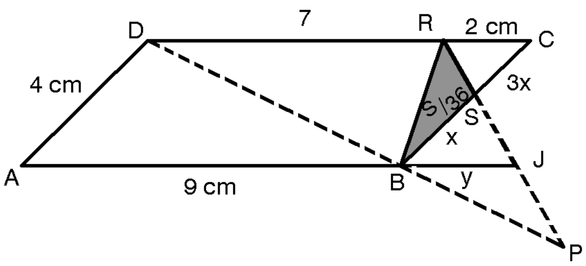
então $\overline{CS}$ é o triplo de $\overline{BS}$. Assim $x + 3x = 4 \to x = 1$

3º) $\Delta CRS \cong \Delta BSJ$

$$\frac{3\cancel{x}}{2} = \frac{\cancel{x}}{y} \to y = \frac{2}{3}$$

4º) $\Delta PDR \cong \Delta PBJ$

$$\frac{\overline{PD}}{7} = \frac{\overline{PB}}{y} \to \frac{\overline{PD}}{\overline{PB}} = \frac{7}{\frac{2}{3}} = 7\cdot\frac{3}{2} = \frac{21}{2} = 10{,}5$$



GABARITO: LETRA C